

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω μια συνάρτηση  $f$ , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα  $\Delta$ . Αν  $f'(x) > 0$  σε κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$ , τότε να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα  $[\alpha, \beta]$ ;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$ .

**β)** Αν  $f, g$  είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού  $A, B$  αντίστοιχα, τότε η  $g \circ f$  ορίζεται αν  $f(A) \cap B \neq \emptyset$ .

**γ)** Για κάθε συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει  $f'(x) \neq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**δ)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ , τότε  $f(x) > 0$  κοντά στο  $x_0$ .

**ε)** Η εικόνα  $f(\Delta)$  ενός διαστήματος  $\Delta$  μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης  $f$  είναι διάστημα.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + \beta, & x \leq 0 \\ x + 5, & x > 0 \end{cases}$

**B1.** Να δείξετε ότι  $\beta = 5$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0 = 0$ .

**Μονάδες 9**

**B3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(-1, f(-1))$ .

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{x-1}$ ,  $x \geq 1$  και  $g(x) = \frac{3-5x}{x-2}$ ,  $x \neq 2$ .

**Γ1.** Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση  $f \circ g$ .

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Αν  $\varphi(x) = (f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{5-6x}{x-2}}$ ,  $x \in [\frac{5}{6}, 2)$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $\varphi$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $\varphi$  αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x \in [-1, 0) \\ \eta\mu x, & x \in [0, \pi] \end{cases}$

**Δ1.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο διάστημα  $[-1, \pi]$  και να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της.

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον  $x_0 \in (0, \pi)$ , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  να διέρχεται από το σημείο  $M(0, 3)$ .

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** αν το ζητάει η εκφώνηση, και **μόνο** για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

Foittitikaneea.gr