

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 8**

**A2. α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3)

**β.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (μον. 4)

**Μονάδες 7**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ισχύει  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

**β.** Ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ , όπου  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

**γ.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν  $\alpha_i$  συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα  $\nu_i$ , τότε  $\alpha_i = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 360^\circ$  για  $i = 1, 2, \dots, \kappa$  και  $\nu$  το μέγεθος του δείγματος.

ε. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ , όπου  $l_1, l_2$  πραγματικοί αριθμοί, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1 l_2$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι  $11, 7, \kappa, 13, 11, 10$  όπου  $\kappa > 0$ . Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι  $CV = 20\%$  και η διακύμανσή του είναι  $s^2 = 4$ .

**B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του παραπάνω δείγματος.

**Μονάδες 5**

**B2.** Αν  $\bar{x} = 10$ , να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ .

**Μονάδες 7**

**B3.** Αν  $\kappa = 8$ , να υπολογίσετε τη διάμεσο ( $\delta$ ) (μον. 4) και το εύρος ( $R$ ) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

**Μονάδες 6**

**B4.** Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μον. 2).

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$ .

**Μονάδες 3**

**Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 5) και να δείξετε ότι  $f(x) \geq 3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  (μον. 6).

**Μονάδες 11**

**Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $\varepsilon$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(5, f(5))$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Αν  $A, B$  είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης  $\varepsilon$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $A$  (μον. 3) και  $B$  (μον. 2).

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x, \quad \text{όπου } \lambda \in \mathbb{R} \text{ σταθερά.}$$

**Δ1.** Για  $\lambda = 3$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 4) και να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(\frac{3}{8}\right)$  και  $f\left(\frac{5}{6}\right)$  (μον. 3).

**Μονάδες 7**

Δ2. Για  $\lambda = 3$  να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (x^2 - x)}.$$

Μονάδες 7

Δ3. Για  $\lambda = 3$  να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του  $\lambda$  για την οποία η συνάρτηση  $f$  δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονάδες 5

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ